УДК 574.46

# ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

# © А.А. Арзамасцев, Ю.В. Плотникова

Ключевые слова: информационные системы, методы оптимизации, математические модели, моделирование. Дано описание информационной системы, предназначенной для оптимизации биотехнологического процесса утилизации отходов производства этанола. Приведены математические модели основных процессов, алгоритмы их расчета и параметры моделей.

## ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемый биотехнологический процесс представляет собой комплексную технологию утилизации отхода производства этанола с выработкой на этой основе бактериальной биомассы.

Отход производств этанола на мелассной сырьевой основе – мелассная послеспиртовая барда является комплексным субстратом, содержащим органические вещества – стимуляторы роста микроорганизмов. Существующие в настоящее время технологии утилизации этого отхода не позволяют достигать высоких степеней его превращения в целевой продукт и отличаются высокой энергоемкостью. Указанные обстоятельства, с одной стороны, приводят к неоправданно высокой себестоимости получаемого продукта, а с другой – не позволяют проводить глубокую конверсию органических веществ, содержащихся в этом отходе, и, как следствие, приводят к загрязнению окружающей среды. Таким образом, общая постановка задачи проектирования данного процесса может быть сформулирована как разработка новой экономически оправданной технологии для утилизации отхода производства этанола, пригодной для практического использования. Поскольку указанная проблема будет решаться с использованием методов математического моделирования, нелинейного программирования, на основе актуальной экономической информации, а также с использованием современных информационных технологий, можно говорить о разработке соответствующей информационной системы.

## ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ, МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ

На рис. 1 показана общая схема проектируемого биотехнологического процесса.



**Рис. 1.** Схема биотехнологического процесса утилизации отходов производства этанола с выработкой белковой биомассы. 1 – теплообменник; 2 – биохимический реактор для производства дрожжей; 3 – резервуар; 4 – сепаратор; 5 – резервуар; 6 – сушилка-гранулятор; 7, 8 – биохимические реакторы для производства белковой биомассы; 9 – термофлотатор; 10 – резервуар для белкового концентрата; 11 – сушилка-гранулятор



**Рис. 2.** Упрощенная схема биотехнологического процесса с указанием основных потоков. 1 – отход производства этанола – субстрат (ХПК≈55000–60000 мгO<sub>2</sub>/л, БПК<sub>5</sub> ≈ 25000–32000 мгO<sub>2</sub>/л; сухих веществ 8–12 %, объемный расход 10  $m^3/4$ ); 2 – биомасса и остаточный субстрат (концентрация биомассы 10–20 кг/м<sup>3</sup>, концентрация остаточного субстрата ХПК ≈ 1000–3000 мгO<sub>2</sub>/л, БПК<sub>5</sub> ≈ 200–500 мгO<sub>2</sub>/л; объемный расход 10  $m^3/4$ ); 3 – биомасса, обогащенная двуокисью углерода; 4 – концентрированная биомасса (концентрация до 25–40 кг/м<sup>3</sup>); 5 – готовый продукт (выработка 1–1,6 т/сут, зольность – не более 26 %, содержание протеина – не менее 47 %); 6 – осветленный сток на биологическую очистку; 7 – осветленный сток после окончательного отделения биомассы; 8 – очищенная жидкость (ХПК не более 3000 мгO<sub>2</sub>/л, БПК<sub>5</sub> не более 200–500 мгO<sub>2</sub>/л)

Таблица 2

Описание данного технологического процесса приведено в работах [1, 2]. Мелассная послеспиртовая барда (далее субстрат) поступает со спиртового производства и направляется вначале на теплообменник, где происходит ее охлаждение. Затем субстрат поступает на участок дрожжегенерации, где на его основе производится продукт – пекарские дрожжи Saccharomyces cerevisiae. Далее частично очищенный субстрат поступает на участок производства белковой биомассы (бактериальные клетки рода Pseudomonas), где происходит практически полная утилизация содержащихся в нем органических веществ и выработка гранулированной белковой биомассы.

В табл. 1–3 приведена информация об основных свойствах отхода производства этанола, а также биологических объектах, использование которых позволяет получить высокую степень конверсии отхода в целевой продукт – биомассу.

#### Таблица 1

Химический состав отхода производства этанола

Содержание, %	
8,0-8,5	
2,5-3,2	
0,8–0,4	
1,2-1,8	
0,25-0,3	
0,4–0,5	
0,45-0,5	
0,25-0,3	
0,2-0,3	
0,005-0,01	
0,005-0,015	
25000 52000	
25000-52000	
12000-27000	
12000-27000	

# Количество ассимилируемых углеродосодержащих веществ в отходе

Вещества	Содержание, %
Общее количество ассимилируемых углеродосодержащих веществ отхо- да с концентрацией 8–9 % сухих	2,7–3,5
В том числе:	
карбоновые кислоты	1,5-2,0
аминокислоты	0,4–0,7
глицерин	0,5–0,6
caxapa	0,1-0,2
прочие	0,1-0,2

#### Таблица 3

## Биообъекты, используемые для организации биотехнологического процесса

Группа	Названия биообъектов, входящих в данную группу	Примечание
1 группа	Pseudomonas chlororapchis, Pseudomonas fragi, Pseudomonas liquefaciens, Pseudomonas fluorescens	Смешанная куль- тура бактериаль- ных клеток
2 группа	Oidium, Trichosporon cutaneum, Candida scotti	Смешанная куль- тура дрожжей и дрожжеподобных грибов
3 группа	Candida utilis, Torulopsis pinus, Trichosporon cutaneum	Смешанная куль- тура дрожжей и дрожжеподобных грибов



Рис. 3. Основные этапы оптимального проектирования и оптимизации биотехнологического процесса при использовании математического моделирования

На рис. 2 показана упрощенная схема участка производства бактериальной биомассы, являющегося объектом оптимального проектирования и экономической оптимизации. Основными технологическими единицами являются: биореактор, в котором осуществляется выработка биомассы, термофлотатор, служащий для ее концентрирования, и сушилка-гарнулятор, в которой биомасса высушивается и приобретает товарный вид.

Решение задач оптимального проектирования и оптимизации биотехнологического процесса предполагается выполнить в соответствии с основными этапами, показанными в виде схемы на рис. 3.

Из анализа схем технологического процесса (рис. 1–2) и основных этапов оптимального проектирования (рис. 3) видно, что для реализации проекта необходимо будет разработать математические модели следующего биотехнологического оборудования: биохимического реактора, сепарирующего устройства – термофлотатора, предназначенного для концентрирования биомассы, а также сушилки-гранулятора. Однако для того чтобы определиться со структурой этих математических моделей, степенью их детализации, методологией разработки и т.д., необходимо осуществить математическую постановку задач оптимального проектирования и оптимизации.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

В соответствии с традиционным представлением объекта моделирования в обобщенном виде задача его оптимизации может быть сформулирована следующим образом. Для заданного вектора возмущений w необходимо найти такой вектор независимых варьируемых переменных u, который минимизирует значение некоторой целевой функции Q(w,u,y) так, что выполняется соотношение:

$$Q^{*}(w, u^{*}, y) = \min_{u \in U(w)} Q(w, u, y),$$
(1)

где *у* – вектор выходных переменных объекта, *U* – допустимая область для варьируемых переменных.

При этом должны выполняться уравнения связи, характеризуемые математической моделью объекта

$$y = \Psi(w, u, p), \tag{2}$$

ограничения, наложенные на независимые варьируемые параметры

$$R_1(w,u) \ge 0$$
  

$$R_2(w,u) \ge 0$$
  
:  
(3)

 $R_{\iota}(w,u) \geq 0,$ 

и выходные переменные

$$L_{1}(y) \geq 0 \tag{4}$$

$$L_{2}(y) \geq 0 \tag{5}$$

 $L_m(y) \ge 0,$ 

где p – вектор параметров математической модели,  $\Psi$ , R, i=1,...,k, L, i=1,...,m – операторы связи.

Значения независимых варьируемых переменных, которым соответствует минимум целевой функции  $Q^*$ , будем называть оптимальным, а само значение  $Q^*$  также оптимальным.

При решении задач оптимального проектирования и оптимизации биотехнологического процесса будем использовать в качестве целевой функции Q приведенные затраты. Использование такой целевой функции приводит к снижению себестоимости продукции, тем самым обеспечивая ее конкурентную способность на рынке, повышает экономию природных, энергетических и иных ресурсов, снижает затраты на монтаж и эксплуатацию оборудования. При решении задач оптимизации будем стремиться к минимизации данной целевой функции.

Вектором возмущений *w* в нашем случае является концентрация органических веществ в отходе производства этанола и его объемный расход.

Вектор независимых варьируемых переменных *и* при решении задачи оптимального проектирования представляет собой совокупность конструктивных (геометрические размеры аппаратуры, используемые материалы, варианты размещения и т.д.), технологических (условия проведения процессов, варианты управления и т.д.) и управленческих (используемое сырье, материалы, организационные решения) параметров.

Уравнения связи вида

$$y = \Psi(w, u, p)$$

будут представлены в нашем случае математическими моделями процессов в основных технологических единицах: биохимическом реакторе, термофлотаторе, грануляторе.

Ограничения (3) определяют допустимую область изменения независимых варьируемых переменных *u*, Ограничения (4) задают диапазоны изменения выходных показателей процессов: количества вырабатываемого продукта, его качественных характеристик и т. д.

Задача (1)-(4) представляет собой задачу нелинейного программирования с ограничениями типа равенств и неравенств значительной размерности. Для решения таких задач разработаны специальные численные методы [3, 4].

# СТРУКТУРА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Поскольку поиск оптимальных решений предполагается осуществить с помощью современных информационных технологий – методов математического моделирования, нелинейного программирования, с использованием современных средств разработки, систем управления базами данных, можно говорить о создании и использовании соответствующей информационной системы.

Основой всей информационной системы является хранилище информации, включающее три базы данных: с экспериментальными данными, полученными с пилотного процесса, с параметрами математических моделей, с экономической информацией.

Главными задачами, решаемыми информационной системой, являются: параметрическая идентификация математических моделей, которая осуществляется при использовании методом нелинейного программирования и экспериментальных данных, полученных с пилотного процесса; экономическая оптимизация, которая осуществляется при использовании адекватных моделей, ограничений и данных по экономической информации.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БИОРЕАКТОРА [1, 2]

Биореактор имеет секционированный корпус. Каждая секция представляет собой реакционную емкость, перемешивание и аэрация которой осуществляется барботажем. Подробно конструкция секций приведена в работах [1, 2].

При разработке математической модели были сделаны следующие основные допущения:

 – каждая секция представляет собой объект с промежуточным уровнем перемешивания; данный уровень зависит от скорости подачи газовой фазы на аэрацию;



Рис. 4. Структура информационной системы



Рис. 5. Информационная модель процессов в биореакторе. Взаимодействие модулей математической модели

 – факторами, лимитирующими скорость роста микроорганизмов, являются концентрации субстрата и растворенного кислорода;

- рассматривается изотермический процесс;

- кинетика процесса выражается уравнением Моно.

Информационная модель взаимосвязи основных переменных процесса показана на рис. 5. С этой точки зрения математическая модель биореактора содержит три основных модуля: кинетики, гидродинамики и массопередачи. Математическое описание трех модулей согласно основным предположениям представлено ниже.

Модуль кинетики имеет следующий вид:

$$\frac{dX_i(t)}{dt} = \mu_m(T, pH) \frac{S_i(t)}{S_i(t) + K_s} \cdot \frac{C_i}{C_i + K_c} \cdot X_i(t)$$
(5)

$$\frac{dS_i(t)}{dt} = -\frac{1}{Y} \cdot \frac{dX_i(t)}{dt}$$
(6)

с начальными условиями:

$$\begin{array}{c} X_{i}(0) = \frac{F_{R}X_{H}}{F_{R} + F_{0}} \\ S_{i}(0) = \frac{F_{R}S_{K} + F_{0}S_{0}}{F_{R} + F_{0}} \end{array} \right\} \begin{array}{c} X_{i}(0) = \bar{X}_{i-1} \\ S_{i}(0) = \bar{S}_{i-1} \end{array} \right\} (i \neq 1), \quad (7)$$

где  $\mu_m$ ,  $K_s$ , Y – кинетические параметры, являющиеся функциями температуры и рН в жидкой фазе:

$$\mu_m(T, pH) = A_1 \exp\left(-\frac{E_1}{R}\left(1 - \frac{T}{T_1}\right)^2\right) \exp\left(-B\left(pH - pH_{opt}\right)^2\right)$$
(8)

$$Y = Y_0 + k(T - T_1)$$
(9)

$$K_s = A_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right) \tag{10}$$

Модуль гидродинамики имеет вид:

$$\widetilde{P}_i(t) = f(F_i, V_i, \widetilde{P}_i(\Theta, G_g))$$
(11)

$$\widetilde{P}_{i}(\Theta, W_{g}) = \left(\frac{K}{D}\right)^{K} \Theta^{K-1} \exp\left(-\frac{K\Theta}{D}\right) / (K-1)!$$
(12)

$$\overline{X}_{i} = \int_{0}^{t^{\max}} X_{i}(t) \cdot \widetilde{P}(t) dt$$
<sup>(13)</sup>

$$\overline{S}_{i} = \int_{0}^{t^{\max}} S_{i}(t) \cdot \widetilde{P}(t) dt$$
(14)

Уравнения массопередачи имеют следующий вид:

$$C_{i} = \frac{-\xi_{2} + (\xi_{2}^{2} - 4\xi_{1}\xi_{3})^{\frac{1}{2}}}{2\xi_{1}}$$
(15)

$$\xi_1 = K_V + \frac{F_i}{V_i} \tag{16}$$

$$\xi_2 = \overline{X}_i \left( a + \frac{b\mu^m \overline{S}_i}{\overline{S}_i + K_s} \right) + K_c \left( K_V + \frac{F_i}{V_i} \right) - K_V C^* \beta \quad (17)$$

$$\xi_3 = K_C \left( \overline{X}_i a - C^* \beta K_V \right)$$
<sup>(18)</sup>

$$K_{V} = \frac{18K_{L}G_{g}(P_{0} + \rho_{a}gH_{a})^{\frac{2}{3}}[(P_{0} + \rho_{a}gH_{a})^{\frac{1}{3}} - P_{0}^{\frac{1}{3}}]}{d_{b}W_{b}\rho_{a} gV_{a}}\gamma_{1},$$
(19)

если 0,05 <  $W_g < 0,11$  м/с

$$K_{v} = \frac{6K_{L}G_{G}(P_{0} + \rho_{a}gH_{a}) \ln\left(\frac{P_{0} + \rho_{a}gH_{a}}{P_{a}}\right) \int_{0}^{d^{mix}} d_{b}^{2}\varphi(d_{b})d(d_{b})}{W_{b}\rho_{a}gV_{a} \int_{0}^{d^{mix}} d_{b}^{3}\varphi(d_{b})d(d_{b})}\gamma_{2}, \quad (20)$$

если W<sub>g</sub> ≥ 0,11 м/с.

#### Таблица 4

### Таблица 5

<b>n</b>			
<110HeIII4	параметрог	MOTEMOTHIECCON	молепи
эпачении	Habawellor		

Параметр	Описание		
XSC	концентрации биомассы, субстрата и раство-		
11,0,0	ренного кислорода		
$\mu^m, K_S, K_C, Y,$ a, b	кинетические параметры		
t	время процесса		
$F_0, F_R,$	потоки: входной и рецикла		
$X_H, \overline{X}$	концентрации биомассы: в потоке рецикла и среднее значение		
$S_0, \overline{S}$	концентрации субстрата: во входном потоке и среднее значение		
Α	предэкспоненциальный множитель		
Ε	энергия активации		
R	универсальная газовая постоянная		
Т	температура		
$B, Y_0, k, T_1$	константы		
$\widetilde{P}(\cdot)$	функция плотности распределения времени пребывания времени реакционной смеси в реакторе		
V	объем секции		
F	поток реакционной смеси через секцию реакто-		
ľ	ра		
Θ	нормированное время пребывания реакционной		
6	смеси в секции реактора		
$W_{g_j}G_g$	скорость и поток газовой фазы внутри реактора		
t <sup>max</sup>	максимальное время пребывания реакционной		
	смеси в реакторе		
<i>K</i> , <i>D</i>	коэффициенты распределения Эрланга		
$\xi_1, \xi_2, \xi_3$	вспомогательные коэффициенты		
$K_{V}$ $K_{I}$	объемный коэффициент массопередачи и ко-		
	эффициент массопередачи		
$C^*$	концентрация насыщения для кислорода		
2	корректирующий коэффициент, который учи-		
β	тывает снижение С в реальной жидкости по		
	сравнению с чистой водой		
$P_0$	нормальное атмосферное давление		
$\rho_a$	плотность аэрированной жидкой фазы внутри		
	реактора		
$H_a, V_a$	высота и ооъем столоа жидкости аэрируемой		
	фазы внугри реактора		
<u>g</u>	ускорение свооодного падения		
$\frac{a_b}{W}$	диаметр газовых пузырей		
<b>W</b> b	скорость всплывания газовых пузырей		
$\varphi(\cdot)$	функция плотности распределения пузырьков		
~~~~~	коррактирионна корфеннонти		
<u>71,72</u> <u>Uudanauu</u>	корректирующие коэффициенты		
іноексы.			
<u>,</u> S	соответствует концентрации субствата		
<u> </u>	соответствует концентрации субстрата		
0	соответствует нанальным значениям		
P	соответствует пачальным значениям		
Λ			
Н	соответствует концентрации оиомассы в потоке рецикла		

Объяснение параметров математической модели приведено в табл. 4, а значения параметров приведены в табл. 5.

Система уравнений (5)–(20) совместно с дополнительными уравнениями для расчета параметров математических моделей является замкнутой и позволяет определить концентрации биомассы и субстрата в каждой секции биореактора.

Параметр	Численное значение	Размерность
$F_0$	10	м <sup>3</sup> ·ч <sup>-1</sup>
$F_R$	1,48	м <sup>3</sup> ·ч <sup>-1</sup>
$S_0$	40	кг·м <sup>-3</sup>
$S_K$	0,43	кг∙м <sup>-3</sup>
$X_H$	42,2	кг∙м <sup>-3</sup>
$A_{I}$	0,385	ч <sup>-1</sup>
$E_l$	6705,96	кДж∙кмоль <sup>-1</sup> ∙К <sup>-1</sup>
R	8,31	кДж∙кмоль <sup>-1</sup> ∙К <sup>-1</sup>
$T_{I}$	303,15	K
В	0,356	-
pHopt	8,9	-
k	0,001	K <sup>-1</sup>
$Y_0$	0,41	-
$A_2$	0,832	кг∙м <sup>-3</sup>
$E_2$	8190	$\kappa$ Дж $\cdot$ кмоль <sup>-1</sup>
a	$7,07 \cdot 10^{-3}$	$\kappa\Gamma \cdot \kappa\Gamma^{-1} \cdot \Psi^{-1}$
b	$142,8 \cdot 10^{-6}$	кг ·ч <sup>-1</sup>
K <sub>C</sub>	$0,032 \cdot 10^{-3}$	кг ·м <sup>−3</sup>
$C^*$	7,486.10-3	кг ·м <sup>−3</sup>
β	0,96	-
K <sub>L</sub>	$7,22 \cdot 10^{-3}$	м-с
γı	1,01	-
1/2	1,09	-
g	9,81	м·с <sup>-2</sup>

Алгоритм расчета уравнений математической модели представлен на рис. 5.

Алгоритм является итерационным. Выходными параметрами являются концентрации субстрата и биомассы в конце процесса. Для решения дифференциальных уравнений использован метод Рунге-Кутта четвертого порядка. Данная модель реализована в среде программирования Borland Delphi.

Проверку модуля кинетики осуществляли путем сравнения экспериментальных концентраций биомассы и субстрата ( $X^{$ эксn и  $S^{$ эксn}), полученных в одной из рабочих секций аппарата в периодическом режиме с концентрациями X и S, полученными интегрированием уравнений кинетики. На рис. 7 показан график зависимости концентрации биомассы от времени при одинаковых начальных условиях и различных температурах. Точками показаны экспериментальные данные. Средняя относительная погрешность 2,1 %.

На рис. 8 показан график зависимости концентрации субстрата от времени при одинаковых начальных условиях и различных температурах, аналогично графику роста биомассы. Точками также показаны экспериментальные данные. Относительная погрешность при расчете концентрации субстрата не превышает 9 %.

В модуле «гидродинамика» исследовали влияние скорости подачи газовой фазы на плотность распределения по времени пребывания (ПРВП) жидкой фазы (рис. 9). Из этого рисунка видно, что при низких скоростях подачи газовой фазы график ПРВП приближается к рассчитанному по модели идеального вытеснения (рис. 9, а); с повышением скорости подачи газовой фазы график ПРВП приближается к рассчитанному по модели идеального смешения (рис. 9, d).



Рис. 6. Алгоритм расчета по математической модели (5)-(20)



**Рис. 7.** Проверка адекватности математической модели биореактора (модуль кинетика). Рост биомассы при кислотности рH = 8,7, начальных  $X_0 = 4, S_0 = 12,5$  кгм<sup>-3</sup> и различной температуре: 1 – 15; 2 – 20; 3 – 25; 4 – 30; 5 – 35; 6 – 40; 7 – 45 °C



**Рис 8.** Проверка адекватности математической модели биореактора (модуль кинетика). Утилизация субстрата при кислотности pH = 8,7, начальных  $X_0 = 4$ ,  $S_0 = 12,5$  кгм<sup>-3</sup> и различной температуре: 1 – 15; 2 – 20; 3 – 25; 4 – 30; 5 – 35; 6 – 40; 7 – 45 °C



Рис 9. Распределение по времени пребывания жидкой фазы в биореакторе при различных  $W_g$ : a) –  $W_g = 0.01$  м/с; b) –  $W_g = 0.04$  м/с; c) –  $W_g = 0.07$  м/с; d) –  $W_g = 0.1$  м/с



Рис 10. Зависимость объемного коэффициента массопередачи  $K_{_V}$  от потока газовой фазы  $G_{_g}$ 



Рис 11. Вычислительный эксперимент. Зависимость концентрации растворенного кислорода (*C*) от удельного разбавления (*D*) при различных значениях объемного коэффициента массопередачи  $K_V$ . Начальные значения  $X_0 = 2 \text{ кг/м}^3$ ,  $S_0 = 40 \text{ кг/м}^3$ . Значение  $K_V : 1 - 50; 2 - 100; 3 - 200; 4 - 500; 5 - 1000 \text{ y}^{-1}$ 

В модуле «массопередача» исследовали зависимость объемного коэффициента массопередачи  $K_v$  от расхода газовой фазы  $G_g$  (рис. 10).

Все модули математической модели были объединены в одну программу, алгоритм работы которой показан на рис. 6.

С помощью этой модели проведены вычислительные эксперименты, показывающие поведение основных технологических характеристик в зависимости от удельного разбавления (рис. 11–12). Под удельным разбавлением будем понимать:  $D = \frac{F}{V} (y^{-1})$ .

Величину  $Q = D(x - x_0)$  называют удельной продуктивностью. На рис. 12 показан вычислительный эксперимент, показывающий зависимость основных параметров процесса в биореакторе от *D*.

Видно, что максимальная удельная продуктивность возрастает при увеличении начальной концентрации  $S_0$ . Видно, что при начальной концентрации  $S_0 = 40 \text{ кг/м}^3$  и при значении  $D \approx 0.02 \text{ y}^{-1}$  удельная продуктивность достигает своего максимума  $Q = 0.15 \text{ кг/(m}^3 \cdot \text{y})$ . Итак, из этого вычислительного эксперимента следует, что удельная продуктивность имеет максимум, т.е. есть такое состояние системы, при котором выход продукта максимален.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМОФЛОТАТОРА [5, 6]

При разработке математической модели термофлотатора была принята следующая система допущений.

 Весь объем термофлотатора может быть представлен в виде N ячеек идеального перемешивания (рис. 13).
 Основными компонентами газовой смеси являются

углекислый газ (CO<sub>2</sub>), кислород (O<sub>2</sub>) и азот (N<sub>2</sub>).

 Образование газовых пузырьков, участвующих во флотации, происходит только в нижней (первой) ячейке. Это допущение обосновано тем фактом, что центрами образования пузырьков являются только частицы вновь введенной суспензии, присутствующие лишь в нижней ячейке.

4. Транспорт твердой фазы с пузырьками из *i*-й в *i*+1 ячейку (*i* = 1, 2, ..., *N*-1) примем пропорциональным эффективному количеству пузырьков и концентрации суспензии в *i*-й ячейке при значениях  $x_i \le x_{\kappa p}$ , и пропорциональным только эффективному количеству пузырьков при  $x_i > x_{\kappa p}$ .

5. Транспорт твердой фазы с пузырьками из *i* + 1 в *i*-ю (*i* = 1, 2, ...,*N*-1) примем пропорциональным количеству пузырьков, утративших способность к флотации в *i*+1 ячейке. Пузырьки считаются утратившими способность к флотации, при выходе их диаметров из диа-пазона флотируемости.

Информационная модель взаимосвязи основных процессов показана на рис. 14. Основными модулями, позволяющими проводить расчет процессов в термофлотаторе являются: флотируемость твердой фазы, абсорбция-десорбция смеси газов; кинетика роста газового пузырька; транспорт твердой фазы; гидродинамическая обстановка в термофлотаторе.

Флотация частиц органического материала возможна лишь пузырьками газа, имеющими размеры от  $r_{min}$  до  $r_{max}$ . Уравнения (21), (22) представляют модуль флотируемости.

$$r_{\min} = \gamma_1 \left(\frac{3\sigma r_p^2}{2\rho_l g}\right)^{0.25}$$
(21)

$$r_{\max} = \frac{3\sigma \gamma_2}{2r_p \rho_p s}$$
(22)

Уравнения, полученные на основе закона Генри – (23)–(33) используются для определения растворимости газовой смеси в жидкости:

$$P = m \cdot y \tag{23}$$

$$y_j = \frac{p_j}{m_j},\tag{24}$$

где индексы соответствуют:  $1 - CO_2$ ,  $2 - O_2$ ,  $3 - N_2$ .

$$p_j = r_j \cdot k_j \frac{P}{f_j} \tag{25}$$

$$k = \frac{1}{\sum_{j=1}^{3} \frac{r_j}{f_j}}$$
(26)

$$m_j = a_{0j} + a_{1j}T + a_{2j}T^2 + a_{3j}T^3$$
(27)

$$Y_{j} = \frac{y_{j}}{1 - \sum_{j=1}^{3} y_{j}}$$
(28)



Рис 12. Вычислительный эксперимент. Зависимость концентраций  $\overline{X}$ ,  $\overline{S}$ ,  $\overline{C}$  и удельной продуктивности Q от D при различных значениях  $S_0$ . Начальные значения  $X_0 = 2 \text{ кг/м}^3$ ,  $K_V = 100 \text{ y}^{-1}$ . Значение концентрации  $S_0 : 1 - 40; 2 - 30; 3 - 20; 4 - 10 \text{ кг/м}^3$ 



Рис. 13. Представление термофлотатора в виде ячеечной модели



Рис. 14. Информационная модель процессов термофлотации. Взаимодействие модулей математической модели

$$Y_{mj} = f_j \frac{y_j}{m_{sr}}$$
(29)

$$m_{sr} = \frac{f_0 + \sum_{j=1}^3 f_j \cdot Y_j}{1 + \sum_{j=1}^3 Y_j}$$
(30)

$$M_{t} = \sum_{j=1}^{3} Y_{mj} \cdot 1000 \tag{31}$$

$$M = \frac{\sum_{j=1}^{3} f_j Y_{mj}}{\sum_{i=1}^{3} Y_{mj}}$$
(32)

Количество газовой смеси можно определить из оотношения:

$$C(T) = \frac{M_{i} \cdot 22, 4 \cdot (T + 273, 15) \cdot 100}{293, 15 \cdot P \cdot M}.$$
(33)

Уравнения (34)-(37) вспомогательные.

$$V_1 = V_2 = \dots V_N = V_a / N \tag{34}$$

$$\Delta h = H_a/N \tag{35}$$

$$h_{i\,dn} = \Delta h(i-1), \ i=1,..,N$$
 (36)

$$h_{i\,up} = \Delta h \cdot i, \ i = 1, \dots, N \tag{37}$$

Уравнения (38)–(39) позволяют вычислить изменение радиуса газового пузыря по мере его транспорта от нижних слоев к верхним слоям термофлотатора.

$$\frac{dV_b}{dt} = K \Delta P \left( V_b \frac{P_0 + \rho_l g(H_a - h_0)}{P_0 + \rho_l g(H_a - h_0 - w(t - t_0))} \right)^{\frac{1}{2}}$$
(38)

$$V_b(t_0) = V_0; \qquad R_b = \begin{pmatrix} 3 & V_b \\ 4\pi \end{pmatrix}^{\frac{1}{3}}$$
 (39)

Если суспензия нагрета от  $T_{in}$  до  $T_{f}$ , то произойдет выделение газа в виде пузырьков. Общий объем газа, произведенного в единицу времени:

$$V = F_{in} \psi(\Delta C) = F_{in} \psi[C(T_{in}) - C(T_f)], \qquad (40)$$

где  $\psi(\cdot)$  – функция, обеспечивающая положительность:

$$\Psi(\xi) = \begin{cases} \xi, \xi \ge 0\\ 0, \xi < 0 \end{cases}$$
(41)

Пусть известен закон распределения  $\varphi(r_b)$  образовавшихся пузырьков по размерам. Тогда общее количество пузырьков, образовавшихся в единицу времени, можно определить:

$$n_{t} = \frac{V}{\frac{4}{3}\pi_{0}^{\infty}r_{b}^{3}\varphi_{1}(r_{b})dr_{b}} = \frac{F_{in}\psi[C(T_{in}) - C(T_{f})]\gamma_{3}}{\frac{4}{3}\pi_{0}^{\infty}r_{b}^{3}\varphi_{1}(r_{b})dr_{b}}$$
(42)

Эффективное количество пузырьков вычислям по формуле:

$$n_{eff\,i} = \frac{F_{in}\psi[C(T_{in}) - C(T_f)]\gamma_3 \int_{r_{min}}^{r_{max}} \varphi_i(r_b)dr_b}{\frac{4}{3}\pi_0^{\infty}r_b^3\varphi_i(r_b)dr_b \int_0^{\infty}\varphi_i(r_b)dr_b}$$
(43)

Определенное число пузырьков в процессе подъема вырастают настолько, что теряют способность удерживать твердую частицу, т. е.  $r_b < r_{\min}$  или  $r_b > r_{\max}$ . Рассчитать количество пузырьков, утративших флотационную способность в *i*-й ячейке, можно по формуле

$$n_{dni} = \frac{F_{in} \Psi[C(T_{in}) - C(T_f)] \boldsymbol{\gamma}_3}{\infty} \times \frac{4}{3} \pi \int_0^{\infty} r_b^3 \varphi_i(r_b) dr_b \int_0^{\infty} \varphi_i(r_b) dr_b \quad , \ i=2,..,N$$

$$\times \begin{bmatrix} r_{\min} & \infty \\ \int_0^{\infty} \varphi_i(r_b) dr_b + \int_{r_{\max}}^{\infty} \varphi_i(r_b) dr_b \end{bmatrix}$$
(44)

# Параметры математической модели

Таблица 6

Параметр	Описание	Единица измерения
$a_{0,} a_{1,}$	V - + +	Па, Па/°С,
$a_2, a_3$	коэффициенты аппроксимации	$\Pi a / {}^{\circ}C^{2}$ , $\Pi a / {}^{\circ}C^{3}$
С	Количество газовой смеси	м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup>
$f_j$	Молекулярная масса компонента ј	-
F	Массовый расход суспензии	м <sup>3</sup> /ч
g	Ускорение свободного падения	м/c <sup>2</sup>
$k_1, k_2$	Коэффициенты пропорциональности	кг/(м <sup>3</sup> ·ч), 1/ч
$k(P-P^*)$	Движущая сила массопередачи	м/с
$m_j$	Константа фазового равновесия компонента ј	Па
N <sub>t</sub>	Общее количество пузырьков	-
Neff	Эффективное количество пузырьков	-
N <sub>dn</sub>	Количество пузырьков, утративших способность к флотации	-
Ν	Количество ячеек	-
$\Delta h$	Высота одной ячейки	М
$H_a$	Высота термофлотатора	М
Р	Давление компонента над раствором	Па
$P_0$	Нормальное атмосферное давление	Па
Q	Кинетическая составляющая переноса твердой фазы между ячейками	кг/ч
$r_p$	Радиус частицы	М
<i>r<sub>min</sub></i>	Минимальный радиус пузырька, участвующий во флотации	М
<i>r<sub>max</sub></i>	Максимальный радиус пузырька, участвующий во флотации	М
r	Радиус пузырька	М
Т	Температура жидкой фазы	°C
t	Время процесса	с
V	Объем ячейки	M <sup>3</sup>
$V_a$	Объем термофлотатора	M <sup>3</sup>
$V_b$	Объем пузырька	M <sup>3</sup>
$V_0$	Начальный объем пузырька	M <sup>-3</sup>
<u>x</u>	Концентрация биомассы	кг/м3
у	Мольная доля компонента в растворе	моль/моль
Y	Относительная мольная доля компонент	моль/моль
$ ho_{_p}$	Плотность материальной частицы	кг/м <sup>3</sup>
$\rho_l$	Плотность жидкости	кг/м <sup>3</sup>
$\gamma_1, \gamma_2$	Поправочные коэффициенты, учитывающие отклонение от сферической формы	-
$\sigma$	Коэффициент поверхностного натяжения	Н/м

Кинетическая составляющая переноса твердой фазы из *i*-й в *i*+1-ю ячейку может быть найдена как:

$$Q_{i,i+1} = \begin{cases} k_1 V_i n_{eff\,i}, & x_i \ge x^* \\ k_2 V_i n_{eff\,i} x_i, & 0 \le x_i < x^* \end{cases}, \ i=1,...,N-1$$
(45)

где  $k_l = k_2 x^*$  (46)

$$Q_{i+1,i} = k_3 V_{i+1} n_{dn \ i+1}, \ i=2,..,N$$
(47)

Уравнения материального баланса согласно рис. 13 выглядят следующим образом:

$$F_{12} = F_{23} = \dots = F_{N-1,N} = F_{up} = F_{in} - F_{dn}$$
(48)

$$\begin{cases} F_{in}x_{in} - (F_{12} + F_{dn})x_1 - Q_{12} + Q_{21} = 0\\ F_{12}x_1 - F_{23}x_2 + Q_{12} - Q_{23} - Q_{21} + Q_{32} = 0\\ \vdots\\ F_{i-l,i}x_{i-1} - F_{i,i+1}x_i + Q_{i-l,i} - Q_{i,i+1} - Q_{i,i-1} + Q_{i+1,i} = 0\\ \vdots\\ F_{N-2,N-1}x_{N-2} - F_{N-1,N}x_{N-1} + Q_{N-2,N-1} - Q_{N-1,N} - Q_{N-1,N-2} + Q_{N,N-1} =\\ F_{N-1,N}x_{N-1} - F_{up}x_N + Q_{N-1,N} - Q_{N,N-1} = 0 \end{cases}$$

$$(49)$$

Система уравнений (21)–(49) является замкнутой и позволяет найти концентрацию биомассы в каждой ячейке термофлотатора. Перечень параметров и их числовые значения показаны в табл 6, 7.

Алгоритм расчета уравнений математической модели приведен на рис. 15.

Таблица 7

Значения параметров математической модели

$F_{in}$	3,09	м <sup>3</sup> /ч
$F_{up}$	1,5	м <sup>3</sup> /ч
$V_a$	4,8	M <sup>3</sup>
<i>x</i> <sub>in</sub>	42,2	кг/м <sup>3</sup>
T <sub>in</sub>	20–28	°C
$T_f$	80–95	ം
<i>x</i> *	1.1	кг/м <sup>3</sup>
$\sigma$	$40,97 \cdot 10^{-3}$	Н/м
$ ho_{_p}$	1090	кг/м <sup>3</sup>
$ ho_l$	999,52	кг/м <sup>3</sup>
$\gamma_1$	1	-
$\gamma_2$	0,24	-
$k_l$	0,22.10-11	кг/(м <sup>3</sup> ·ч)
$k_2$	0,2.10-11	1/ч



Рис. 15. Алгоритм расчета уравнений математической модели



Рис. 16. Проверка адекватности процесса абсорбции газовой смеси: а) для  $CO_2$ ; б) для  $O_2$ ; в) для  $N_2$ 



Рис. 17. Зависимость коэффициента α от входной концентрации *x<sub>in</sub>* при различных температурах термофлотации а) 75–79 °C; б) 80–84 °C; в) 85–87 °C



Рис. 18. Плотность распределения пузырьков по радиусам, в зависимости от номера ячейки. Цифрами обозначены номера ячеек

Адекватность модуля абсорбции проверяли на основе экспериментальных данных по растворимости чистых газов и их смеси из работы [7]. Точки на графиках соответствуют экспериментальным данным, а линии – расчет по модели. Средняя абсолютная погрешность составила для  $CO_2 - 6$  %, для  $O_2 - 6$  %, для  $N_2 - 3,5$  %.

Для проверки адекватности всей математической модели использовали коэффициент разделения  $\alpha = X_{up} / X_{in}$ . Данный коэффициент показывает отношение концентрации на выходе термофлотатора ( $X_{up}$ ) к входной концентрации ( $X_{in}$ ) суспензии. На основе экспериментальных данных [2] и данных, полученных по модели, проведен качественный анализ. Результаты показаны на рис. 17.

В ходе вычислительных экспериментов рассчитывали плотность распределения газовых пузырьков по



Рис. 19. Изменение числа эффективных пузырьков (----) и числа пузырьков, потерявших способность к флотации (-----)



**Рис. 20.** Влияние температуры флотации  $T_{fl}$  на изменение концентраций. Линиями указаны: —  $T_{fl} = 65$  °C, —  $T_{fl} = 80$  °C, —  $T_{fl} = 95$  °C

радиусам в каждой ячейке термофлотатора. Результаты представлена на рис. 18.

Как видно из рис. 18, газовый пузырек среднего радиуса 0,1 мм, образовавшийся в первой ячейке при переходе в верхнюю часть аппарата, достигает размера 6,5 мм. Максимальное значение функции плотности распределения уменьшается при переходе в следующую ячейку, поскольку увеличивается дисперсия среднего.

Для частиц с радиусом  $r_p = 10^{-3}$  м и  $\rho_l = 999,52$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_p = 1090$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma = 40,97 \cdot 10^{-3}$  н/м получаем условия флотируемости  $r_{min} = 1,58$  мм и  $r_{max} = 5,75$  мм.

Общее количество образовавшихся пузырьков в первой ячейке составляет 184 510 728. Как видно из рис. 18, пузырьки достигают минимального радиуса флотируемости только в четвертой ячейке, а утрачивают способность к флотации, т. е. выходят из условий флотируемости, в восьмой ячейке.

Изменение числа эффективных пузырьков и пузырьков, утративших способность к флотации в зависимости от номера ячейки, показано на рис. 19.

На рис. 20 показано, как меняется концентрация суспензии при различных температурах флотации  $T_{fl}$ . Как видно из графика, при увеличении температуры флотации концентрация увеличивается.

На рис. 21 показано влияние потока верха –  $F_{up}$  на изменение концентрации суспензии. Можно сделать вывод, что при увеличении потока  $F_{up}$  разделение суспензии происходит хуже и концентрация на выходе аппарата уменьшается.

На рис. 22 показано влияние температуры суспензии на входе в термофлотатор на значение концентра-



**Рис. 21.** Влияние потока верха  $F_{up}$  на изменение концентраций. Линиями показаны:  $-F_{up} = 1.2 \text{ м}^3/\text{ч}, -F_{up} = 1.5 \text{ M}^3/\text{ч},$ 



**Рис. 22.** Влияние входной температуры  $T_{in}$  на изменение концентраций. Линиями показаны:  $- T_{in} = 20$  °C,  $- T_{in} = 35$  °C,  $- T_{in} = 50$  °C

ций в ячейках. Из графика видно, что если суспензия нагрета, то концентрации биомассы уменьшаются, соответственно, при больших температурах суспензии на входе в термофлотатор разделение суспензии происходит хуже, чем при малых.

На рис. 20, 21, 22 показано, как меняется концентрация суспензии при различных входных параметрах в зависимости от высоты термофлотатора или номера ячейки. В ячейках 1, 2, 3 пузырьки, образующиеся в процессе термофлотации, имеют малые размеры; они не участвуют в подъеме твердой фазы (см. рис. 20). В этих ячейках транспорт частиц, а следовательно, и концентрирование, происходит за счет конвективных потоков. В ячейках 4–8 начинает проявляться кинетика процесса. Это означает, что транспорт частиц осуществляется вместе с пузырьков утрачивают свою способность к флотации.

Из рис. 20, 21 и 22 можно сделать вывод, что реальный аппарат представляет собой 2-ячеечную систему. Поэтому, созданные ранее 2-ячеечные математические модели могут быть в достаточной степени адекватны реальному процессу [8, 9].

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГРАНУЛЯТОРА

При составлении математического описания процесса были приняты следующие допущения:

 вынос сухого вещества с газовым потоком отсутствует;

 идеальное смешение по поступающей суспензии и гранулам и идеальное вытеснение по газовой фазе;



**Рис. 23.** Конструкция гранулы:  $r_1$  и  $T_1$  – соответственно радиус и температура частицы ретура,  $r_2$  и  $T_2$  – радиус и температура полученной частицы

 вся суспензия поступает на гранулы, находящиеся в аппарате; этот процесс происходит мгновенно; суспензия распределяется по поверхности гранул равномерно;

 испарение влаги происходит только с поверхности гранул;

 процессы дробления и коалесценции гранул отсутствуют;

 твердая (гранулы, ретур), жидкая (суспензия) и газовая фаза перемешиваются в объеме достаточно интенсивно, это создает эффект псевдоожижения и дает возможность применять даже к твердой фазе закономерности, характерные для жидкости;

гранула представляет собой двухслойную конструкцию (рис. 23); внутренний слой – это частица ретура; внешний слой – суспензия, вновь попавшая на частицу. Слои имеют круглую форму и представляют собой объекты с сосредоточенными параметрами. После выгрузки такой частицы происходит усреднение в ней температуры и влажности.

Математическое описание кинетики процесса представлено для одной гранулы.

Поскольку вся суспензия распределяется по поверхности гранул равномерно, можно для одной гранулы записать объемный материальный баланс:

$$\frac{dV}{dt} = F_G \cdot \frac{S_g}{\sum S_g} - K_m (P^* - P_g) \cdot S_g, \qquad (50)$$

где V – объем гранулы,  $S_g$  – площадь поверхности гранулы,  $K_m$  – коэффициент массопередачи,  $F_G$  – массовый расход суспензии.

Площадь одной гранулы равна:  $S_g = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ , а сумма всех площадей:

$$\sum S_g = N_g \cdot 4\pi \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r_g^2 \cdot \varphi(r_g) dr_g, \qquad (51)$$

где  $r_g$  – радиус полученной гранулы,  $\varphi(r_g)$  – плотность распределения частиц по радиусам,  $N_g$  – количество частиц в аппарате.

Делая замену, получаем:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F_G \cdot 4\pi r^2}{N_g \cdot 4\pi \int_{r_{min}}^{r_{max}} r_g^2 \cdot \varphi(r_g) dr_g} - K_m (P^* - P) \cdot 4\pi \cdot r^2$$
(52)

Перейдем от объема к радиусу. Объем одной гранулы равен:  $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ . Отсюда первая производная от объема по времени:  $dV = 4\pi \cdot r^2 dr$ . После преобразований получаем:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{F_G}{N_g \cdot 4\pi \int\limits_{r_{min}}^{r_{max}} r_g^2 \cdot \varphi(r_g) dr} - K_m (P^* - P),$$
(53)

(*P*<sup>\*</sup> – *P*) – движущая сила процесса сушки, представляющая собой разницу парциальных давлений водяного пара внутри гранулы и в ядре потока.

Анализируя (53), делаем вывод о линейном росте гранулы. В результате уравнение примет вид:

$$r_{g} = r_{1} + \left[ \frac{F_{G}}{N_{g} \cdot 4\pi \int_{r_{min}}^{r_{max}} F_{g}^{2} \cdot \varphi(r_{g}) dr_{g}} - K_{m}(P^{*} - P) \right] \cdot t$$
(54)

Из уравнения (54) видно, что рост гранулы идет лишь за счет увеличения внешнего слоя.

В связи с отсутствием взаимодействия внутреннего слоя с суспензией теплообмен происходит лишь с внешним слоем. В результате тепловой баланс для внутреннего слоя гранулы запишется следующим образом:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{(T_2 - T_1) \cdot K_{T_1}}{r_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1},$$
(55)

где  $r_l$ ,  $\rho_l$ ,  $c_l$  – радиус, плотность и концентрация ретура соответственно;  $K_{\tau_l}$  – коэффициент теплопередачи.

В отличие от внутреннего слоя, внешний взаимодействует еще и с суспензией. Поэтому тепловой баланс для данного слоя гранулы примет вид:

$$\frac{4}{3}\pi(r_{g}-r_{1})^{3}\cdot\rho_{2}\cdot c_{2}\frac{dT_{2}}{dt} = -4\pi\cdot r_{1}^{2}(T_{2}-T_{1})\cdot K_{T_{1}}+F_{G}\cdot \frac{S_{g}}{\sum}c_{c}\cdot\rho_{F_{G}}\cdot T_{F_{G}} + 4\pi\cdot r_{g}^{2}(T_{g}-T_{2})\cdot K_{T_{2}}-Q$$
(56)

где

$$Q = \begin{cases} 0 , & ecnu \quad T_2 \leq T_{\kappa un} \\ \frac{dV_g}{dt} \cdot \rho_2 \cdot \mu , & npu \quad T_2 > T_{\kappa un} \end{cases}$$

Разделив обе части уравнения на

$$\frac{4}{3}\pi(r_g-r_1)^3\cdot\rho_2\cdot c_2$$

и перейдя от объема к радиусу, получим:

$$\frac{dT_2}{dt} = -\frac{3 \cdot r_1^2 (T_2 - T_1) \cdot K_{T_1}}{(r_g(t) - r_1)^3 \cdot \rho_2 \cdot c_2} + \frac{F_G \cdot r_g^2(t) \cdot T_{F_G}}{N_g \cdot \frac{4}{3} \pi (r_g(t) - r_1)^3 \int_{r_{min}}^{r_{max}} r_g^2 \cdot \varphi(r_g) dr_g} + \frac{3 \cdot r_g^2(t) (T_g - T_2) \cdot K_{T_1}}{(r_g(t) - r_1) \cdot \rho_2 \cdot c_2} - \frac{Q}{\frac{4}{3} \pi (r_g - r_1)^3 \cdot \rho_2 \cdot c_2}$$
(57)

где

$$Q = \begin{cases} 0, & e c \pi u \quad T_2 \leq T_{\kappa un} \\ 4\pi \cdot r_1^2 \cdot \rho_2 \cdot \mu \cdot \frac{dr}{dt}, & n p u \quad T_2 > T_{\kappa un} \end{cases},$$

где  $\rho_2$ ,  $c_2$ ,  $T_{F_G}$  – соответственно плотность, концентрация и температура суспензии;  $T_e$  – температура внутри слоя;  $T_{kun}$  – температура кипения;  $\mu$  – удельная теплота парообразования;  $\frac{dr}{dt}$  – правая часть уравнения (53).

Первая дробь из уравнения (57) соответствует оттоку тепла из внешнего слоя во внутренний. Вторая – определяет тепло, пришедшее в гранулу с потоком суспензии. Третья – характеризует теплообмен с внешней средой. Параметр Q соответствует фазовому переходу – образованию пара из жидкости. Он равен 0, если температура внешнего слоя не превышает температуру кипения. В противном случае появляется компонента, характеризующая энергию, затрачиваемую на испарение.

Линейное уравнение (54) и систему дифференциальных уравнений (55–56) необходимо решать при следующих начальных условиях:

$$\begin{cases} r(0) = r_1 \\ T_1(0) = T_{1.0} = 20^{\circ} C \\ T_2(0) = T_{2.0} = 70^{\circ} C \end{cases}$$
(58)

Будем считать, что коэффициенты  $K_{Tl}$ ,  $K_{T2}$  и  $K_m(P^* - P)$  мало изменяются в процессе и могут быть найдены в результате параметрической идентификации математической модели на основе экспериментальных данных.

Параметры математической модели гранулятора представлены в табл. 8.

Алгоритм расчета уравнений математической модели гранулятора представлен на рисунке 24.

В ходе вычислительных экспериментов определялись плотности распределений частиц на выходе гранулятора по радиусам в зависимости от времени пребывания в грануляторе, по влагосодержанию гранул и по температуре гранул. Результаты представлены на рис. 25–27.

Таким образом, исследование математических моделей подтвердило их адекватность реальным объектам, а проведенные вычислительные эксперименты выявили наиболее важные зависимости между параметрами процессов.

Таблица 8

Параметры математической модели гранулятора

Обозначение	Название параметра	Значение	Размерность
параметра	пазвание параметра	параметра	параметра
$F_G$	Массовый расход	1,5	м <sup>3</sup> /ч
	суспензии		
$x_G$	Влагосодержание	82,5	кг/м <sup>3</sup>
	суспензии		
$ ho_{Fg}$	Плотность	1030	кг/м <sup>3</sup>
	суспензии		-
$T_{Fg}$	Температура	70	°C
	суспензии		-
$N_g$	Количество гранул	$3.10^{6}$	_
	в аппарате	0.10	
$T_{e}$	Температура внутри	105	ംറ
	слоя	105	<u> </u>
$T_{I}$	Температура		
	подаваемого ретура	20	°C
	(н.у.)		
$T_2$	Температура внеш-		
	него слоя гранулы	70	°C
	(н.у.)		
$\rho_l$	Плотность ретура	1250	кг/м <sup>3</sup>
$\rho_2$	Плотность внешне-	1030	KE/M <sup>3</sup>
	го слоя гранулы	1050	KI7M
$c_1$	Теплоемкость ретура	$1,2 \cdot 10^{3}$	Дж/(кг•К)
<i>c</i> <sub>2</sub>	Теплоемкость		
	внешнего слоя	$4,2.10^{3}$	Дж/(кг•К)
	гранулы		
R <sub>sr</sub>	Среднее значение	$2 \cdot 10^{-3}$	
	радиуса ретура (н.у.)	3.10	м
σ	(н.у.)	$0,3 \cdot 10^{-3}$	М
$K_{mP}$	Коэффициент	0.00027	2.6/17
	массопередачи	0,00057	м/ч
$K_{TI}$	Коэффициент	5 10 <sup>5</sup>	$\Pi_{\rm ref}/(1/\pi_{\rm ref}^2)$
	теплопередачи	5.10	Дж/(К•ч•м)
K <sub>T2</sub>	Коэффициент	$25.10^{6}$	
	теплопередачи	2,5.10	Дж/(К•ч•м)
T <sub>sr</sub>	Средняя температу-	0.0	
	ра в грануле	98	-U
μ	Удельная теплота	2259 103	II are /rep
	парообразования	2258.10	Дж/кг
		•	•



Рис. 24. Блок-схема итерационного процесса определения плотности вероятности распределения частиц продукта по радиусам  $\varphi(r_g)$ 



Рис. 25. Плотности распределений частиц на выходе гранулятора по радиусам в зависимости от времени пребывания τ; где: — – начальное распределение; → – распределение частиц на выходе аппарата при τ = 6 мин.; → – распределение частиц на выходе аппарата при τ = 15 мин.; → – распределение частиц на выходе аппарата при τ = 30 мин.; → – распределение частиц на выходе аппарата при τ = 60 мин.; → – распределение частиц на выходе аппарата при τ = 90 мин.



**Рис. 26.** Плотность распределения частиц на выходе гранулятора по влагосодержанию гранул при  $\tau = 30$  мин.



**Рис. 27.** Плотность распределения частиц на выходе аппарата по температуре гранул при  $\tau = 30$  мин.

Расчет экономических показателей производится по специальным уравнениям, позволяющим осуществлять подсчет капитальных, эксплуатационных и приведенных затрат для всех технологических единиц и всего процесса.

Таким образом, в данной статье описаны основные компоненты информационной системы, предназначенной для экономической оптимизации биотехнологического процесса на основе методов математического моделирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Арзамасцев А.А. // Дис. ... канд. техн. наук. Тамбов: Тамбовский ин-т хим. машиностроения, 1984. 298 с.
- Арзамасцев А.А. // Дис. ... д-ра техн. наук. Тамбов: Тамбовский гос. техн. ун-т, 1998. 389 с.
- Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.
- Цирлин А.М. Оптимальное управление технологическими процессами. М. Энергоатомиздат, 1986.- 400 с.
- Арзамасцев А.А., Дудаков В.П. Компьютерное моделирование и исследование процесса термофлотационного разделения микробных суспензий // Вестн. Тамб. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки. Тамбов, 1996. Т. 2. Вып. 2. С. 94–96.
- Арзамасцев А.А., Дудаков В.П., Рудобашта С.П. Модель роста газовых пузырьков в процессе флотации // Журнал прикладной химии. 2000. Т. 73. Вып. 1. С. 100–102.
- 7. Рамм В.М. Абсорбция газов. М.: Химия, 1976. 654 с.
- Арзамасцев А.А. Термофлотационное разделение микробных суспензий // Ферментная и спиртовая пром-сть. 1984. № 5. С. 37– 41.
- Arzamastsev A. The mathematical model of the bacterial biomass termoflotation process // Preprints of the 6th International Conference on Computer Application in Biotechnology (IFAC), Garmisch-PartenKirchen, Germany, May 14–17 1995. P. 278–281.

Поступила в редакцию 28 сентября 2008 г.

Arzamastsev A.A., Plotnikova Y.V. Information system for biotechnological process op-timization on the basis of mathematical modelling methods. The information system intended for optimization of biotechnological process of recycling of ethanol production waste is described. Mathematical models of the basic processes, algorithms of their calculation and parameters of models are given.

Key words: information systems, methods of optimization, mathematical models, model-ling.

# LITERATURE

- Arzamastsev A.A. // Candidate Dissertation on Technical Sciences. Tambov: Tambov Institute of Chemical Mechanical Engineering, 1984. 298 p.
- Arzamastsev A.A. // Doctoral Dissertation on Technical Sciences. Tambov: Tambov State Technical University, 1998. 389 p.

- 3. Gill F., Murray U., Right M. Practical optimization. M.: Mir, 1985. 509 p.
- Tsirlin A.M. Optimum control of technological processes. M. Energoatomizdat, 1986. 400 p.
- Arzamastsev A.A., Dudakov V.P. Computer modelling and study of the process of thermo-flotation division of microbic suspensions // Tambov University Review. Series: Natural and Technical Sciences. Tambov, 1996. Vol. 2. Issue. 2. P. 94-96.
- Arzamastsev A.A., Dudakov V.P., Rudobashta S.P. Model of gas bubble growth dur-ing flotation // Journal of Applied Chemistry. 2000. Vol. 73. Issue. 1. P. 100-102.
- 7. Ramm V.M. Absorption of gases. M.: Khimia, 1976. 654 p.
- 8. Arzamastsev A.A. Thermo-flotation division of microbe suspensions // Ferment and Spirit Industry. 1984. #5. P. 37-41.
- Arzamastsev A.A The mathematical model of the bacterial biomass thermo-flotation process // Preprints of the 6th International Conference on Computer Application in Biotechnology (IFAC), Garmisch-PartenKirchen, Germany, May 14-17 1995. P. 278-281.